

## ДРУГИ ПОПРАВНИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ ТЕОРИЈЕ БРОЈЕВА

Део први

29. септембар 2011

Професор: Игор Долинка

Асистент: Бојан Башић

1. Израчунати НЗД(8 303 668 297, 8 287 306 393).
2. У скупу ненегативних целих бројева решити једначину  $2^x = 129^y + 127$ .
3. Испитати да ли постоји скуп од 2011 природних бројева таквих да је производ свака три различита међу њима дељив сумом та три, и да је притом бар један од посматраних бројева мањи од  $\prod_{1 \leq i < j < k \leq 2011} (i + j + k)$ .

## ДРУГИ ПОПРАВНИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ ТЕОРИЈЕ БРОЈЕВА

Део други

29. септембар 2011

Професор: Игор Долинка

Асистент: Бојан Башић

1. Израчунати вредност Лежандровог симбола  $\left(\frac{100!}{101}\right)$ .
2. Нека је  $n = 2^{a_0} p_1^{a_1} p_2^{a_2} \cdots p_s^{a_s} q_1^{b_1} q_2^{b_2} \cdots q_t^{b_t}$  проста факторизација броја  $n \in \mathbb{N}$ , при чему су са  $p_i$  означени прости фактори облика  $4k - 1$ , а са  $q_i$  прости фактори облика  $4k + 1$ . Одредити на колико се начина број  $2n^2$  може записати као збир квадрата два природна броја, при чему није битан поредак.
3. У скупу ненегативних целих бројева решити једначину

$$154^x = 169^y + 153,$$

знајући да је 154 примитиван корен по модулу 169.